PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2013

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Obtenga a y b sabiendo que $A^2=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. ¿Es A simétrica?

b) Para los valores $a=3$ y $b=1$ calcule la matriz X tal que $A\cdot B=2(X-3I_2)$.

SOCIALES II. 2013 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A^2=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4-a & -2-b \\ 2a+ab & -a+b^2 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{aligned} 4-a &= 5 \\ -2-b &= -2 \\ 2a+ab &= -2 \\ -a+b^2 &= 1 \end{aligned}\right\}\Rightarrow a=-1\ ;\ b=0$$

La matriz $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ es simétrica, ya que: $A=A^t$

b) Calculamos la matriz que nos piden:

$$A\cdot B=2(X-3I_2)\Rightarrow A\cdot B=2X-6I_2\Rightarrow X=\frac{1}{2}\left(A\cdot B+6I_2\right)$$

$$X=\frac{1}{2}\left(A\cdot B+6I_2\right)=\frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule A^2 y A^{2013}.

b) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X+I_2=5B^t-A^2$.

SOCIALES II. 2013. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos A^2 y A^{2013}

$$A^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=I_2$$

$$A^{2013}=A^{2012}\cdot A=(A^2)^{1006}\cdot A=(I_2)^{1006}\cdot A=I_2\cdot A=A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Resolvemos la ecuación matricial

$$A\cdot X+I_2=5B^t-A^2\Rightarrow A\cdot X=5B^t-A^2-I_2\Rightarrow\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix} c & d \\ a & b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 15 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow X=\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 15 \end{pmatrix}$$

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{5} & 0\\ -\frac{2}{5} & \frac{3}{5}\end{pmatrix}$ **,** $B=\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & -1\\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5}\end{pmatrix}$ **;** $C=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix}$

a) Resuelva la ecuación matricial $(2A+B)\cdot X=3A-B$ **.**

b) Determine en cada caso las dimensiones de la matriz D **para que se puedan realizar las siguientes operaciones:** $C\cdot D+A$ **,** $C^t\cdot D\cdot C$ **,** $D\cdot C^t$ **,** $C\cdot D\cdot C^t$ **.**

SOCIALES II. 2013 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Resolvemos la ecuación matricial

$$(2A+B)\cdot X=3A-B\Rightarrow\left(\begin{pmatrix}\frac{2}{5} & 0\\ -\frac{4}{5} & \frac{6}{5}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & -1\\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5}\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & 0\\ -\frac{6}{5} & \frac{9}{5}\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\frac{3}{5} & -1\\ \frac{4}{5} & \frac{4}{5}\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -2 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a-c=0\\ b-d=1\\ 2c=-2\\ 2d=1\end{array}\right\}\Rightarrow a=-1\,;\ b=\frac{3}{2}\,;\ c=-1\,;\ d=\frac{1}{2}$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X=\begin{pmatrix}-1 & \frac{3}{2}\\ -1 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$

b) Calculamos la dimensión de la matriz D en cada caso

$C\cdot D+A\Rightarrow(2,3)\cdot D+(2,2)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (3,2)

$C^t\cdot D\cdot C\Rightarrow(3,2)\cdot D\cdot(2,3)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (2,2)

$D\cdot C^t\Rightarrow D\cdot(3,2)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (x,3), es decir, puede tener cualquier número de filas y 3 columnas.

$C\cdot D\cdot C^t\Rightarrow(2,3)\cdot D\cdot(3,2)\Rightarrow$ La matriz D es de orden (3,3)