

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule $A^t \cdot B - A \cdot B^t$.

b) Resuelva la ecuación matricial $AX + BA = B$.

SOCIALES II. 2010 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

$$\text{a) } A^t \cdot B - A \cdot B^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{aligned} AX + BA = B &\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+c & 2b+d \\ 3a+c & 3b+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a+c = -7 \\ 3a+c = 1 \\ 2b+d = -1 \\ 3b+d = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 8; b = 2; c = -23; d = -5 \end{aligned}$$

Luego, la matriz es $X = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ -23 & -5 \end{pmatrix}$

a) Sean A , B y C matrices con 2, 3 y 2 filas, respectivamente. Sabiendo que el producto de matrices $A \cdot B \cdot C$ es posible y que el resultado es una matriz con 4 columnas, halle las dimensiones de dichas matrices.

b) Halle la matriz X que verifica $I_2 - 2X = A \cdot (A - B')$, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

SOCIALES II. 2010 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) La matriz A tiene de dimensión (2,3), la matriz B tiene de dimensión (3,2) y la matriz C tiene de dimensión (2,4).

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2a & 2b \\ 2c & 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \right] \Rightarrow \begin{pmatrix} 1-2a & -2b \\ -2c & 1-2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow$$
$$\begin{pmatrix} 1-2a & -2b \\ -2c & 1-2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow a=0; b=-\frac{3}{2}; c=-1; d=-1$$

Luego, la matriz que nos piden es: $X = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{3}{2} \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Halle los valores de a y b para que se verifique Calcule, si es posible, $A - B + A \cdot B^t = C$.

b) ¿Existe algún valor de b para el que el producto $B \cdot B^t$ sea igual a la matriz nula?.

c) Para $a = 0.5$ y $b = 1$, halle la matriz X que verifica la igualdad $A \cdot X + B = O$, (O representa la matriz nula).?.

SOCIALES II. 2010 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a-1 & 1-b \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a+b & 3 \\ 2b & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+b-1 & 4-b \\ 2b & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow a = \frac{1}{2} ; b = 1$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1+b^2 & 3b \\ 3b & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{No hay ningún valor de } b$$

c)

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a+c+1 & \frac{1}{2}b+d+1 \\ 2c & 2d+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow a = -2 ; b = 1 ; c = 0 ; d = -\frac{3}{2}$$

Sean las matrices $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix}$ y $R = \begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}$.

a) Calcule, si es posible, $P \cdot Q$ y $Q \cdot P$, razonando la respuesta.

b) ¿Cuánto deben de valer las constantes a , b , c y d para que $P \cdot 2Q = R$?

SOCIALES II. 2010 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

$$a) P \cdot Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 9 & 5+2b \\ a & a & 5a \end{pmatrix}$$

El producto $Q \cdot P$ no es posible ya que el n° de columnas de Q no coincide con el n° de filas de P .

b)

$$P \cdot 2Q = R \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 10 \\ 16 & 8 & 2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 34 & 18 & 10+4b \\ 2a & 2a & 10a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 5 ; b = -1 ; c = 34 ; d = 18$$